

# Document made available under the Patent Cooperation Treaty (PCT)

International application number: PCT/EP04/014538

International filing date: 21 December 2004 (21.12.2004)

Document type: Certified copy of priority document

Document details: Country/Office: IT  
Number: MI2003A 002597  
Filing date: 24 December 2003 (24.12.2003)

Date of receipt at the International Bureau: 14 February 2005 (14.02.2005)

Remark: Priority document submitted or transmitted to the International Bureau in compliance with Rule 17.1(a) or (b)



World Intellectual Property Organization (WIPO) - Geneva, Switzerland  
Organisation Mondiale de la Propriété Intellectuelle (OMPI) - Genève, Suisse

PCT/EP2004 / 01 4 5 3 8



# Ministero delle Attività Produttive

*Direzione Generale per lo Sviluppo Produttivo e la Competitività*

*Ufficio Italiano Brevetti e Marchi*

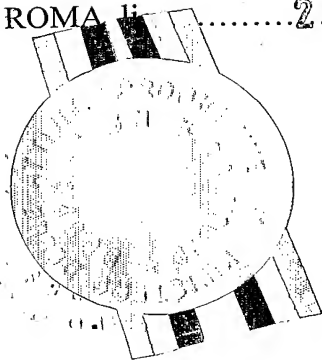
*Ufficio G2*



**Autenticazione di copia di documenti relativi alla domanda di brevetto per:  
INVENZIONE INDUSTRIALE N. MI 2003 A 002597.**

Si dichiara che l'unità copia è conforme ai documenti originali  
depositati con la domanda di brevetto sopra specificata, i cui dati  
risultano dall'accluso processo verbale di deposito.

ROMA, li ..... 24 GEN. 2005



IL FUNZIONARIO

*Elena Marinelli*  
Sig.ra E. MARINELLI

## AL MINISTERO DELLE ATTIVITÀ PRODUTTIVE

UFFICIO ITALIANO BREVETTI E MARCHI - ROMA

DOMANDA DI BREVETTO PER INVENZIONE INDUSTRIALE, DEPOSITO RISERVE, ANTICIPATA ACCESSIBILITÀ AL PUBBLICO

MODULO A



## A. RICHIEDENTE (I)

1) Denominazione GASPARRI DUCCIO MARCOResidenza Bolognacodice GSPDCM78S22A944E

2) Denominazione

Residenza

codice

## B. RAPPRESENTANTE DEL RICHIEDENTE PRESSO L'U.I.B.M.

cognome nome Dr. Ing. Gianluigi Cutropia ed altri

cod. fiscale

denominazione studio di appartenenza

RACHELI & C. SPAvia le San Michele del Carson. 0004città Milanocap 20144

(prov)

C. DOMICILIO ELETTIVO destinatario vedi sopra

via

n.

città

cap

(prov)

## D. TITOLO

classe proposta (sez/cl/sci)

gruppo/sottogruppo

"SISTEMA PER COMPUTER PER IL CALCOLO DEGLI INTERESSI PER AFFIDAMENTI DI DENARO"

ANTICIPATA ACCESSIBILITÀ AL PUBBLICO:

SI ☐NO ☒

SE ISTANZA: DATA

N° PROTOCOLLO

## E. INVENTORI DESIGNATI

cognome nome

cognome nome

1) Gasparri Duccio Marco

3)

2)

4)

## F. PRIORITÀ

nazione o organizzazione

tipo di priorità

numero di domanda

data di deposito

allegato  
S/R1) NESSUNA

2)

SCIOGLIMENTO RISERVE

Data

N° Protocollo

## G. CENTRO ABILITATO DI RACCOLTA CULTURE DI MICROORGANISMI, denominazione

## H. ANNOTAZIONI SPECIALI

NESSUNA

## DOCUMENTAZIONE ALLEGATA

N. es.

Doc. 1)

☐

PROV

n. pag.

40

riassunto con disegno principale, descrizione e rivendicazioni (obbligatorio 1 esemplare) ....

Doc. 2)

☐

PROV

n. lav.

02

disegno (obbligatorio se citato in descrizione, 1 esemplare) .....

Doc. 3)

☐

RIS

lettera d'incarico, procura o riferimento procura generale .....

Doc. 4)

☐

RIS

designazione inventore .....

Doc. 5)

☐

RIS

documenti di priorità con traduzione in italiano .....

Doc. 6)

☐

RIS

autorizzazione o atto di cessione .....

Doc. 7)

☐

nominativo completo del richiedente

8) attestati di versamento, totale Euro

DUECENTONOVANTUNO/80

obbligatorio

COMPILATO IL

24/12/2003

FIRMA DEL(I) RICHIEDENTE(I)

RACHELI & C. SPA

CONTINUA SI/NO

NODr. Ing. Gianluigi Cutropia

DEL PRESENTE ATTO SI RICHIEDE COPIA AUTENTICA SI/NO

SIGianluigi CutropiaCAMERA DI COMMERCIO IND. ART. E AGR. DI MILANOcodice 115

VERBALE DI DEPOSITO

NUMERO DI DOMANDA

MIA2003 2597

Reg. A.

L'anno DUEMILATREil giorno VENTIQUATTRO

del mese di

DICEMBRE

Il(i) richiedente(i) sopraindicato(i) ha(hanno) presentato a me sottoscritto la presente domanda, corredata di n.

00 fogli aggiuntivi per la concessione del brevetto sopraportato.

## I. ANNOTAZIONI VARIE DELL'UFFICIALE ROGANTE

IL DEPOSITANTE



L'UFFICIALE ROGANTE

M. GORTONESI

RIASSUNTO INVENZIONE CON DISEGNO PRINCIPALE, DESCRIZIONE E RIVENDICAZIONE

NUMERO DOMANDA

M12003A002597

REG. A

DATA DI DEPOSITO

24/12/2003

NUMERO BREVETTO

DATA DI RILASCIO

/ /

## D. TITOLO

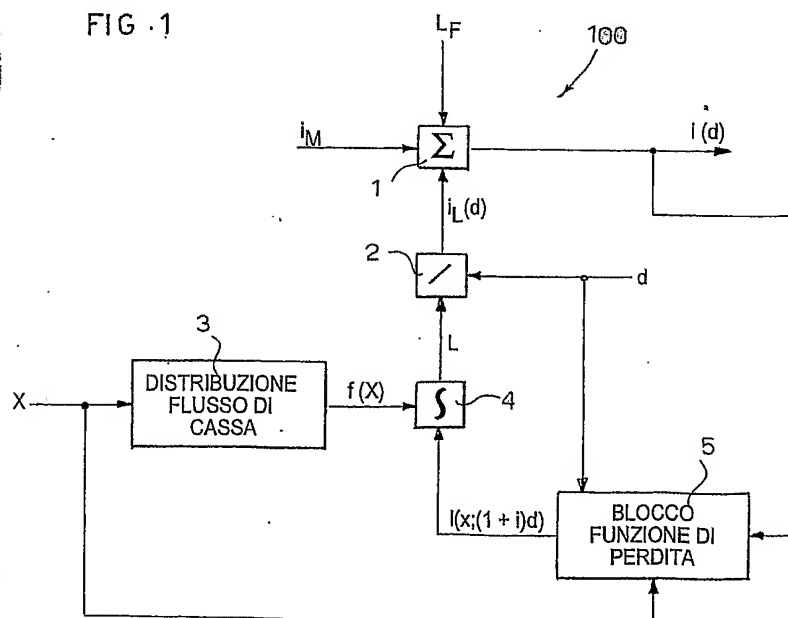
"SISTEMA PER COMPUTER PER IL CALCOLO DEGLI INTERESSI PER AFFIDAMENTI DI DENARO"

## L. RIASSUNTO

Viene descritto un sistema per computer per il calcolo degli interessi (i) per affidamenti di denaro (d) comprendente i seguenti passi: memorizzazione di un tasso di interesse senza rischio ( $i_F$ ) indicativo del rendimento dei titoli senza rischio; memorizzazione di un tasso di interesse di guadagno ( $i_M$ ) indicativo del guadagno che vuole ottenere il creditore per l'affidamento di denaro (d) al prenditore; elaborazione di un tasso di interesse aggiuntivo di perdita ( $i_L$ ) indicativo del rischio di perdita da parte del creditore per insolvenza del prenditore; e somma di detti tasso di interesse senza rischio ( $i_F$ ), tasso di interesse di guadagno ( $i_M$ ) e tasso di interesse aggiuntivo di perdita ( $i_L$ ) in modo da ottenere un tasso di interesse totale corretto ( $i(d)$ ) in funzione dell'affidamento di denaro (d).

## M. DISEGNO

FIG. 1



Descrizione dell'invenzione avente per titolo:

MI 2003 A 0 0 2 5 9 7

"SISTEMA PER COMPUTER PER IL CALCOLO DEGLI INTERESSI PER AFFIDAMENTI DI DENARO"

Del Signor:

GASPARRI DUCCIO MARCO

di nazionalità italiana, con sede a Bologna - che nomina quali mandatarî e domiciliatari, anche in via disgiunta fra loro, Dr. Ing. Gianluigi Cutropia ed altri dello Studio RACHELI & C. SpA - Milano - Viale San Michele del Carso, 4.

Inventore:

Gasparri Duccio Marco

Depositata il:

\*\*\*\* \* \* \* \*

DESCRIZIONE



La presente invenzione si riferisce ad un sistema per computer per il calcolo degli interessi per affidamenti di denaro.

Come è noto la principale attività degli istituti di credito o banche si basa sugli affidamenti di denaro, quali prestiti, mutui e simili, erogati ai vari utenti. Pertanto per le banche risulta fondamentale stabilire un corretto tasso di interessi da applicare ai prestiti effettuati.

Attualmente sono note vari tipi di metodologie di gestione finanziaria che vengono implementate mediante l'utilizzo del computer.

Le metodologie di gestione finanziaria possono essere agevolmente ordinate da un "macro" livello, che si occupa della gestione del portafoglio investimenti nel suo complesso, fino ad un "micro" livello, di gestione del singolo prestito, ignorando in parte o in tutto il livello di portafoglio.

Una banca può avere anche migliaia di posizioni creditorie, o addirittura milioni se si tratta di credito al consumo, la maggior parte delle quali sono però di

C. C.

entità assolutamente irrilevante rispetto all'aggregato. Al contrario, i valutatori del singolo prestito personale o del singolo mutuo utilizzeranno quotidianamente strumenti per l'analisi dell'affidato e tecniche di pricing per il prestito. Ma difficilmente saranno interessati a valutare e giudicare l'intero portafoglio; su di esso conosceranno solo quelle notizie, utili ma generiche, inviate dall'alta direzione, e prettamente di carattere indirizzativo e strategico.

È nota nella tecnica la Moderna Teoria di Portafoglio (Modern Portfolio Theory, MPT, Sharpe 1970, Fama e Miller 1972), (MPT) secondo la quale, un investitore, nel valutare il suo portafoglio, si preoccupa sia del rendimento atteso, sia dell'incertezza o variabilità. Un portafoglio efficiente consiste in una mediazione tra il migliore tasso di rendimento con il minor rischio possibile.

La maggior parte delle attività a cui è stato concesso un prestito sono tuttavia più o meno indipendenti tra di loro. Questa parziale indipendenza consente di avere, nella maggior parte dei casi, una correlazione tra i singoli investimenti inferiore a 1. Conseguentemente la rischiosità complessiva di portafoglio non corrisponde con la somma dei rischi associati a ognuna delle attività in esso contenute, ma è nettamente inferiore. Questo effetto viene definito diversificazione, ed è stato oggetto di numerosi studi, sia per gli investimenti, sia per i prestiti (si veda ad esempio Brealey R.A., Hodges S.D, Selby M.J.P., The risk of bank loan portfolios, non pubblicato, 1981).

Per quanto rilevante nella sua portata, la diversificazione sostiene solo che aumentare il numero di titoli in portafoglio, nella maggior parte dei casi diminuisce il rischio senza intaccare il rendimento, ma nulla dice sui singoli investimenti e su come risolvere alcuni problemi pratici, quali ad esempio, valutare se tutti i prestiti

G. C.

sono in grado di migliorare il portafoglio, o valutare le discriminanti tra un prestito "buono" e uno "cattivo".

Quindi, partendo dal concetto di MPT, si è reso necessario la creazione di ulteriori tecniche o metodologie di gestione del portafoglio che aiutassero la banca o l'erogatore a trasferire nell'attività quotidiana il concetto di diversificazione della MPT.

Le tecniche di gestione del portafoglio si possono suddividere in tre tronconi principali: i modelli basati sull'analisi di Merton della struttura di capitale dell'impresa [Merton R.C, 1974, On the pricing of corporate debt], i modelli basati sull'econometria, e i modelli attuariali.

Uno dei modelli "alla Merton" più autorevoli, sia per la sua affidabilità, sia per la serietà e la notorietà dell'ente che lo propone, è il **CreditMetrics** della J.P. Morgan (1997). Tale metodo si prefigge di stabilizzare il valore del portafoglio di crediti bancari usando leve sulla correlazione esistente tra paesi e settori diversi. Si basa sul raggruppamento dei crediti in un numero finito di classi omogenee, o classi di "merito". Si conduce un'analisi sullo storico di questa divisione in classi, valutando i possibili eventi creditizi che causano un miglioramento (upgrading) o peggioramento (downgrading) del merito, e quindi un conseguente cambio di classe. In base a questa analisi storica si costruisce una matrice di transizione, utilizzata come base per prevedere, in maniera aggregata, i futuri "cambi" di classe all'interno del portafoglio, considerando anche le possibili correlazioni esistenti tra i vari prestiti (correlazione data da paese, settore, indicatori economici). Da quest'analisi si possono ottenere informazioni utili anche per gli investimenti "nuovi", calcolandone il relativo "rischio marginale".

5.



RACHELI & C. SpA

Un aspetto qui rilevante è che, per utilizzare correttamente il Credit Metrics (come ogni altro modello di gestione del portafoglio), per ogni classe deve essere noto (esogenamente) il tasso “equo”, adatto a coprire i rischi di finanziamento. Infatti, particolarmente significative sono le parole degli stessi ideatori, che nello stesso documento dichiarano “Non ci occupiamo della prezzatura del credito. Anche se il rischio di credito può essere un aspetto importante nella decisione di prezzo di un credito, crediamo che ci siano altre determinanti molto significative, che sono oltre lo scopo di CreditMetrics. Questi ulteriori fattori non sono insignificanti, così abbiamo deciso di focalizzare questa versione corrente nel già arduo compito della stima del rischio” da 1997, *Credit Metrics. Technical Document. The Benchmark for Understanding Credit Risk*, (1997) J.P. Morgan & Co, pg. 133

Un altro modello conosciuto, che prende spunto dal CreditMetrics, è il **KMV**, sviluppato da KMV Corporation. Esso estende il credit metrics, eliminando la necessità delle classi di merito omogenee, e sostituendole con la frequenza attesa di fallimento (expected default frequency). Anche questo modello si basa sui dati storici per determinare il prezzo del singolo investimento.

Tra i modelli econometrici possiamo trovare l'**Extended Var**, sviluppato da N. Oda e J. Muranaga, ricercatori presso la Banca del Giappone. Si basa su una simulazione di tipo Montecarlo, e tiene particolarmente conto dei crediti illiquidi e delle garanzie reali, entrambe caratteristiche peculiari del mercato giapponese (così come di molti altri mercati, tra i quali anche quello italiano).

Un altro modello econometrico è il **Credit Portfolio View**, sviluppato da McKinsey. Consiste in una simulazione, per le diverse categorie di rating (suddivise al loro interno secondo diversi criteri, quali il paese, il segmento

G. C.



industriale, etc.), della distribuzione congiunta delle probabilità di insolvenza e di "migrazione" (ossia di cambiamento di affidabilità dei prenditori), condizionandole ai valori segnalati dai più importanti indicatori economici.

Tra i modelli attuariali quello sicuramente più noto è il **Credit Risk Plus**, sviluppato da Credit Suisse. Esso prende spunto dai metodi attuarialistici comunemente usati nelle compagnie assicurative. Attraverso un'analisi del rischio di perdita di ogni singolo cliente e dell'esposizione verso quel particolare cliente, esso si prefigge di calcolare l'Annual Credit Provision (ACP), ossia un accantonamento annuo che va a coprire il livello atteso delle perdite, e l'Incremental Credit Reserve (ICR) che, aggiunta all'ACP, consente di essere protetti anche dal rischio di incorrere in perdite inattese corrispondenti ad un certo livello di probabilità. Per ogni singolo investimento si può stimare l'ACP e l'ICR marginale, consentendo di valutare l'opportunità di creare o mantenere i singoli crediti, caso per caso.

Complementari alle tecniche di gestione del portafoglio, ma da queste ben distinte, sono le tecniche di valutazione del singolo investimento. Esse si prefiggono principalmente di valutare l'affidabilità di ogni investimento preso singolarmente, sia esso nuovo sia già in portafoglio.

In letteratura e nella pratica bancaria prevale la tesi di dividere il rischio di insolvenza in due tipi: rischio atteso e rischio inatteso.

Si definisce rischio inatteso l'evento inaspettato che porta la perdita oltre la media, determinando una perdita maggiore. Nei modelli correnti tale perdita è particolarmente rilevante, non tanto per la redditività di un portafoglio ben diversificato (la diversificazione dovrebbe annullare tale perdita), quanto per la

G. C.

solidità dell'emittente finanziario e la sua probabilità di incorrere in tensioni finanziarie che ne possano compromettere la sopravvivenza e la stabilità.

Al fine di proteggere gli affidatari del sistema bancario, sul totale dei prestiti a privati il legislatore ha stabilito una soglia percentuale minima di finanziamento con capitale proprio, il quale per definizione non è sottoposto all'obbligo di rimborso. Questo consente alla banca di essere in grado di onorare i propri debiti, anche se parte dei crediti non possono essere riscossi.

Pur con questo limite imposto per legge, le singole banche sono interessate ad una valutazione più fine della possibile perdita inattesa a cui possono andare incontro, sia per valutare il rischio a cui sono esposte, sia come strumento per assegnare limiti di autonomia alle singole posizioni organizzative. Per soddisfare tale esigenze, il modello più popolare è sicuramente il **VaR** (Value at Risk), in tutte le sue varianti.

Il Value at Risk stima quanto capitale si rischia di perdere con una data probabilità (es 95% dei casi), in un dato orizzonte temporale (ad esempio un anno), combinando sia la probabilità di default sia il tasso di perdita. Esso viene utilizzato anche per indicatori di risk-adjusted performance (quali Rorac, rarorac), utili sia per prendere decisioni sulla convenienza a eseguire le operazioni, sia per il pricing.

Le metodologie per il calcolo del rischio atteso hanno lo scopo di generare un giudizio sul "merito creditizio", giudizio che può essere dicotomico (affidabile o non affidabile), di "classe di merito" discreta (quale AAA, AA, etc.), oppure continuo (con intervalli variabili da modello a modello). Scopo di questa analisi è di giungere ad una stima del tasso atteso d'insolvenza del singolo investimento, sia attraverso il calcolo diretto sia tramite analisi storiche sulle imprese appartenenti allo stesso settore e alla stessa classe.

S. C.

La stima del tasso atteso di insolvenza segue tre approcci principali, molto spesso combinati tra loro: Modelli analitici soggettivi, Modelli di scoring, e Modelli basati sui dati del mercato dei capitali (Option Pricing e Term structure del bond)

I modelli analitici soggettivi sono senz'altro quelli più diffusi, poiché si tratta delle classiche analisi di fido, utilizzate dalle banche di tutto il mondo. Di solito si compongono di una parte quantitativa e di una parte qualitativa. La parte quantitativa è rappresentata da un'analisi di tipo univariato della condizione economico-finanziaria attuale e prospettica, quale indebitamento e capacità di servirlo (volatilità dei profitti), sia in termini assoluti sia comparata con i valori medi rilevabili nel settore. Nella parte qualitativa vengono presi in considerazione aspetti quali il management, la reputazione del prestatore, le prospettive del settore in cui l'azienda opera e il quadro macroeconomico.

Tali modelli danno come risultato una valutazione dicotomica (affidabile o non affidabile), oppure una valutazione espressa nella forma di classi omogenee di merito creditizio, il c.d. rating, spesso utilizzato dalle maggiori banche internazionali.

Tali modelli non producono come risultato un tasso di insolvenza atteso esplicito, né una esplicita valutazione sul prezzo per il credito. Il tasso di insolvenza atteso si ricava attraverso l'esame dei tassi di insolvenza storicamente registrati nella medesima classe di merito.

Questi modelli hanno lo svantaggio di essere basati troppo su elementi e giudizi soggettivi, che possono essere affetti da bias o deformazioni, dati da preconcetti positivi o negativi; la stessa società valutata da due valutatori differenti darebbe risultati differenti. Tali approcci sono in via di parziale abbandono perché,



come dimostrato da Sommerville e Taffler (1995), superati in performances dai sistemi di credit-scoring multivariati.

I **modelli di natura statistica** basati su dati contabili, di solito definiti modelli di credit scoring, sono modelli multivariati che, analizzando diversi indici contabili e confrontando diversi rapporti contabili chiave dei prenditori potenziali con i valori medi di industrie e gruppi, e attribuendo a ognuno di essi, mediante opportune tecniche statistiche, una ponderazione (peso), giungono a una valutazione del merito creditizio; questa poi viene sintetizzata in un unico valore numerico (score) del rischio, e da questo deriva la probabilità d'insolvenza. Se tali valori superano una soglia critica, la richiesta può essere, a seconda dei casi, rifiutata o sottoposta ad ulteriori indagini.

I modelli di credit scoring sono classificati in tre categorie: analisi discriminante lineare, analisi probit/logit (lineare) e reti neurali (non lineare).

L'**analisi discriminante lineare** ricerca una funzione lineare di variabili contabili e di mercato, in grado di distinguere nel modo più efficiente tra due gruppi di prenditori (affidabili e non). Ciò richiede l'analisi di una serie di variabili per massimizzare la varianza tra i gruppi e allo stesso tempo minimizzare la loro varianza interna. Un'applicazione molto nota è il modello discriminante Zeta, ideato da Altman et al. (1977), il quale utilizza sette variabili.

L'**Analisi logit** è un modello sempre lineare, che a differenza dell'analisi discriminante lineare, utilizza come funzione di probabilità cumulata la forma logistica. Ipotizzando che la probabilità di insolvenza del prenditore assuma tale forma, l'analisi Logit utilizza una serie di variabili contabili per stimare la probabilità di insolvenza del prenditore logisticamente distribuita.

g. c.

Un altro tipo di credit scoring è attuato tramite l'utilizzo delle **reti neurali**. Queste permettono di superare una delle critiche maggiori ai modelli precedenti, ossia di essere modelli lineari in un mondo non lineare. Le reti neurali indagano la potenziale esistenza di correlazioni nascoste che potrebbero non essere rilevate dalle analisi lineari. La critica maggiore è che si tratti di una fishing expedition, ossia di una "pesca alla cieca"; gli assunti si basano su una scarsa base teorica, nessuno può dare assicurazioni sui risultati, e con reti neurali con pesi differenti, i risultati possono essere molto differenti. Inoltre, secondo taluni, esse non migliorano significativamente la struttura dell'analisi discriminante lineare.

Il vantaggio di tutti questi metodi è l'oggettività del risultato, che viene considerata anche di buon livello. Fra le varie limitazioni, bisogna segnalare che essi, basandosi su dati di bilancio, non possono cogliere le variazioni più repentine e/o meno evidenti. Inoltre, non sono in grado di stabilire un tasso di interesse corretto, che ancora una volta viene ricavato da un'analisi storica di imprese con eguale "score".

Sono noti modelli basati sui dati del mercato di capitali, tra i quali l'**Option Pricing Model (OPM)** di Black-Scholes (1973) e Merton (1974). Questo modello si fonda sulla teoria delle opzioni, sfrutta congiuntamente i modelli omonimi creati per le opzioni su azioni, e i dati relativi al valore di mercato e alla volatilità del capitale azionario dell'impresa, giungendo a calcolare la probabilità di insolvenza di quest'ultima. Si fonda su un semplice assunto di partenza: il valore delle attività di un'impresa si evolve nel tempo in modo casuale e in funzione delle nuove informazioni che giungono al mercato, e la probabilità di un'impresa di fallire (risk of ruin) dipende principalmente dal valore di mercato del rapporto (misurato

all'inizio del periodo) tra suoi beni (A) e il prodotto del debito (B) e della volatilità del valore di mercato dei beni dell'impresa stessa ( $\sigma_A$ ).

Tale modello ha trovato grosso successo nell'area commerciale (ne è un esempio il KMV), per la facilità di utilizzo ed oggettività in caso di imprese quotate. Ciò nonostante non è esente da difetti e da critiche, il più importante dei quali è di risultare inapplicabile, se non introducendo forti approssimazioni, alle imprese non quotate; inoltre si basa su ipotesi teoriche talmente stringenti da risultare difficilmente verificabili (ad esempio efficienza del mercato, assenza di asimmetrie informative). Ci sono delle perplessità sull'utilizzo della volatilità del prezzo delle azioni per stimare la volatilità dei beni (A).

Altro modello che utilizza i dati dei mercati regolamentati è quello basato sulla **struttura a termine delle obbligazioni** (Term Structure). Ricava le aspettative del mercato, relative al tasso di perdita attesa, direttamente dai dati relativi agli spread, impliciti nella struttura a termine dei rendimenti dei titoli obbligazionari emessi dalle imprese rispetto ai tassi dei titoli risk free. Il vantaggio, come tutti i modelli basati sui dati di mercato, è l'oggettività della procedura. Ma come l'OPM, trova difficile applicazione alle imprese non quotate, e si basa su ipotesi (efficienza di mercato, corretto pricing) da più parti messe in dubbio.

Infine possiamo trovare il **Mortality rate model** proposto da Altman (1988, 1989) e da Asquit et. Al (1989). Esso punta a una probabilità di tipo attuariale di insolvenza, partendo dalle osservazioni passate sul merito creditizio e dal tempo alla scadenza. Tutte le agenzie di rating utilizzano quotidianamente questa metodologia nelle loro analisi strutturate sugli strumenti finanziari. Al contrario dei due precedenti, il Mortality rate model nulla dice sul corretto tasso di interesse da applicare.

5. C.

Al livello più basso, sono noti dei modelli che regolano il Pricing dei singoli prestiti.

Partendo dalla probabilità d'insolvenza, i modelli di pricing per determinare il tasso d'interesse attivo si possono suddividere in due categorie principali, i metodi di **comparison pricing** e i metodi di **intrinsic value pricing**. Mentre nei primi si fa riferimento ai prezzi praticati per analoghe operazioni, nei secondi si tenta di "prezzare" il rischio proprio di ciascuna operazione isolatamente considerata, in modo da determinarne il valore intrinseco.

Il **Comparison Pricing** (prezzatura per comparazione) si basa su un'analisi storica dei tassi applicati alle operazioni simili. Il tasso di interesse attivo per ciascuna nuova operazione viene determinato sulla base delle condizioni medie di mercato applicate a prenditori di simile merito creditizio su prestiti della medesima forma tecnica e per la medesima scadenza. Fondamentalmente si tratta di rispondere alla domanda: "Come prezzerebbe il mercato un finanziamento a un'impresa appartenente alla classe di rischio  $i$  nella forma tecnica  $j$  e con scadenza  $t$ ?"

Una prima limitazione di tale modello è la necessità di una storia molto ampia da cui poter estrarre dati significativi, poiché si deve avere un set ampio di operazioni omogenee, sotto tutti i punti di vista, per eliminare le possibili distorsioni date da eccezioni. Per questo motivo esistono banche dati, vendute commercialmente, che riportano i tassi mediamente applicati, disaggregati per classe di rischio del debitore, forma tecnica, scadenza, area geografica, etc.

Ma anche questa divisione pone problemi. Innanzitutto sulla scelta della classe del debitore: essa dipende molto dalla procedura utilizzata dalle singole banche che forniscono i dati. Per quanto tali differenze possano essere assottigliate,

G. C.



non potranno mai essere colmate. Inoltre, anche la classe di rischio dell'investimento dipende in maniera significativa dalle procedure adottate dalla banca, e talvolta non solo procedure diverse, ma anche la stessa procedura applicata da due valutatori diversi può portare a divergenze non insignificanti nei risultati.

Anche supponendo di riuscire a colmare le difficoltà della suddivisione in classi veramente omogenee, e anche supponendo di riuscire a classificare correttamente il nuovo investimento, i dati ricavati possono considerarsi veramente validi? E in che modo devono essere estratti i tassi attivi? E' sufficiente una media aritmetica, oppure sono necessarie procedure più complesse? E se è sufficiente la media aritmetica, come si spiega la varianza nel gruppo omogeneo, varianza che non sarà mai pari a zero? Quali spiegazioni avranno i cambiamenti di tassi all'interno delle singole classi, e gli eventuali estremi?

Tutto questo senza considerare il fondamento teorico, ossia la perfetta efficienza del mercato, ampiamente abbandonata dalla letteratura economica. Come si fa a stabilire se il mercato applica tassi "corretti"?

Anche ammettendo che il mercato possa trovare il tasso corretto, esso è comunque legato alla totale mancanza di asimmetria informativa, ed alla preventiva conoscenza di tutte le informazioni, ipotesi queste che sono assolutamente irrealistiche.

Infatti, anche supponendo la mancanza dell'asimmetria informativa, i tassi cambiano quotidianamente. Supponiamo che venga divulgata una notizia particolarmente negativa, il rating della società cala drasticamente e i tassi aumentano. Ma in questo caso, in quale "classe di rischio" deve essere catalogata



l'impresa? Con ogni probabilità verrà collocata in quella peggiore, ma che ne è degli investitori che hanno sottoscritto il debito prima della notizia negativa?

La realtà è che i tassi cambiano in continuazione, sia per cause esterne all'impresa (ciclo economico, politica monetaria, etc.) sia per novità stesse dell'impresa. Senza una corretta analisi di questi cambiamenti, l'analisi dei soli tassi storici può dare risultati inaccurati.

È noto il **modello additivo** che è il modello più semplice di *intrinsic value pricing*. Esso è formato dal costo marginale della raccolta per la banca, dalla perdita attesa, dal rendimento obiettivo per la banca, e dal VaR per la perdita inattesa.

Il modello additivo consiste in una semplice somma della perdita attesa e del costo del capitale per la banca, più un guadagno ulteriore per il capitale proprio, come segue:

$$Ta = TIT + PA + (Ke - TIT) * VaR$$

dove:

Ta	= Tasso Attivo
TIT	= Tasso Interno di Trasferimento relativo alla scadenza in esame, stimabile in base al tasso interbancario
Ke	= Obiettivo di redditività lordo degli azionisti
VaR	= Value At Risk assoluto o, ancora meglio, marginale
PA	= Perdita Attesa

Il tasso attivo rende il profitto dell'operazione, in termini di rendimento del capitale proprio allocato a copertura del rischio, uguale al ROE obiettivo. La perdita attesa viene definita con:

$$PA = E(T_I)[1 - E(T_R)]$$

dove  $E(T_I)$  è il tasso di insolvenza atteso, e  $E(T_R)$  è il tasso di recupero in caso di insolvenza.

Il modello additivo, ottimo per la sua semplicità, contiene alcuni problemi e imperfezioni. Innanzitutto, la difficoltà del calcolo del VaR, comune a molti modelli di intrinsic value pricing. Inoltre, in questa formulazione non è prevista alcuna remunerazione agli azionisti per il capitale prestato, non coperto da capitale proprio (percentuale 1-VaR): su tutto il prestito concesso e non coperto da capitale proprio, alla banca viene corrisposto solo il tasso TIT, lo stesso valore che sarebbe ottenibile prestando il denaro sul mercato interbancario.

Quindi per gli azionisti è indifferente che l'ammontare del prestito sia 1, 10 o 100.000, essi ottengono sempre la stessa remunerazione sul loro capitale. Ma prestare una somma più grande può indurre in perdite maggiori in caso di evento negativo inatteso, che non sarebbe coperto dalla perdita attesa PA.

Come esempio, si potrebbe pensare a due prestiti di 100 e 100.000, entrambi coperti per 10 da capitale proprio, con un obiettivo di rendimento su tale capitale del 15%. Con tale formula, in entrambe i casi gli azionisti otterrebbero un guadagno potenziale di 1.5, pari ad un mark-up sul tasso di interesse di 1.5% nel caso del prestito di 100, e di 0.0015% nel prestito di 100.000, e questo senza nulla dire sulla rischiosità dei due investimenti. Il VaR consente di compensare in parte quest'effetto, ma non riesce ad annullarlo, ed è difficile trovare una giustificazione al vantaggio offerto al secondo prestito.

5. 9.

Il tasso ottenuto è una stima molto approssimativa, che sacrifica l'equità attuariale del portafoglio della banca in cambio di una semplicità relativa che semplifica solamente la matematica coinvolta; perché non si eliminano gli elementi che presentano difficoltà e imprecisioni nel calcolo (VaR, tasso di insolvenza atteso), con il rischio che tale semplicità porti a rendimenti non in linea con quelli attesi.

Un altro modello noto è il **RORAC** (Return On Risk-Adjusted Capital) che restituisce un'indicazione sul rendimento atteso del capitale proprio, aggiustato per il rischio. Il RORAC si definisce come segue:

$$\text{RORAC} = \frac{\text{Reddito netto atteso dal prestito}}{\text{Capitale a Rischio (VaR)}}$$

Poiché il Reddito netto atteso dal prestito altro non è che  $Ta - Pa - TIT$ , il RORAC è una differente formulazione del modello additivo. Questo metodo pertanto presenta tutte le applicazioni, i vantaggi e gli svantaggi del precedente.

Ci sono molti altri metodi noti non molto utilizzati per il corretto "pricing" del debito. Fra questi l'**Option Pricing Model** descritto in precedenza, che permette di stabilire un tasso di interesse, ma soffre di tutte le limitazioni suddette.

Altro metodo è il **Loan Arbitrage-free Pricing Model (LAFP)**, proposto da Dermine (1996), si ispira molto alla logica del RORAC. Esso corrisponde ad una simulazione da cui si ricava il tasso minimo da praticare, che è quello che consente di mantenere invariato il capitale a rischio del prestito, dati tutti i fattori quali il capitale a rischio stesso, la probabilità di default e la percentuale recuperabile in caso d'insolvenza (rischio previsto), la provvista onerosa e il costo, i tassi di mercato risk-adjusted. Come altri, si basa sui tassi risk-adjusted del mercato; presuppone quindi l'esistenza di un mercato obbligazionario privato

S. C.



efficiente su cui misurare i rendimenti richiesti per finanziamenti di simile rischiosità, subendo parte dei lati negativi del comparison pricing.

Scopo della presente invenzione è di eliminare gli inconvenienti della tecnica nota fornendo un sistema per computer per il calcolo degli interessi per affidamenti di denaro che sia in grado di fornire una corretta determinazione dell'interesse totale da applicare al prestito effettuato.

Questo scopo è raggiunto in accordo all'invenzione con le caratteristiche elencate nelle annesse rivendicazioni indipendenti 1 e 17.

Realizzazioni vantaggiose dell'invenzione appaiono dalle rivendicazioni dipendenti.

Il sistema secondo l'invenzione consente di calcolare un prezzo predeterminato e corretto per gli affidamenti di denaro o di altri oggetti sottoposti ad un vincolo di restituzione futura, con il rischio di parziale o mancata restituzione. Tale sistema è infatti applicabile in tutte quelle situazioni in cui un bene viene ceduto per un predeterminato ammontare di tempo in cambio di una somma futura di denaro predeterminata.

Gli investimenti in capitale di debito sono sempre più insidiosi rispetto agli investimenti in capitale azionario, poiché i futuri guadagni massimi sono predeterminati. Un investitore in capitale azionario, per coprire le perdite su un investimento, può automaticamente beneficiare dei maggiori guadagni di un altro.

Questa opportunità non è data alla banca, i cui guadagni futuri massimi sono di solito determinati a priori. Per questo motivo la banca non può porre come interessi il suo guadagno desiderato; essa deve pertanto calcolare in anticipo la possibile perdita, in modo da trasferire ancora il rischio dell'investimento in capo agli azionisti e realizzare il rendimento desiderato.

5. 6.

Il procedimento secondo l'invenzione prende pertanto in considerazione un tetto ai guadagni futuri, e fornisce come output un prezzo corretto dell'affidamento di denaro; questo viene ottenuto focalizzando l'attenzione sui lati negativi dell'investimento.

Si definisce una funzione che descrive il prezzo per il prestito:

$$i(d) = i_L(d) + i_F + i_M \quad (1)$$

dove:

$i(d)$  è il tasso d'interesse attivo pagato dal prenditore di un prestito equivalente ad una somma di denaro  $d$ .

$i_F$  è il tasso d'interesse senza rischio (si considera tale il tasso di interesse dei titoli di stato).

$i_M$  è l'addizionale sul tasso d'interesse  $i$ , posta dalla banca per investire nella società (e quindi accettare la variabilità del prestito) invece che nei titoli di stato.

$i_L(d)$  è l'addizionale sul tasso d'interesse  $i$  per proteggere la banca dalla perdita attesa su capitale e interessi. Di seguito scritta anche come semplice  $i_L$ , omettendo che è sempre funzione di  $(d)$ .

Il valore di  $i_F$  è determinato dal mercato. Invece il valore di  $i_M$  è deciso dalla banca e può essere considerato il vero profitto della banca. Esso comprende una remunerazione per l'accettazione della variabilità del ritorno, un rimborso per i costi sostenuti dalla banca per acquistare il denaro, e ogni ulteriore addebito posto dalla banca a carico del prenditore, per qualunque motivo, incluse le tasse e il guadagno ulteriore dato da eventuali vantaggi competitivi.

5. C

L'unico parametro da determinare è  $i_L$ , che è il tasso d'interesse richiesto per la totale copertura della perdita attesa sul capitale e sugli interessi.

Chiaramente il valore di interesse addizionale  $i_L$  non necessariamente deve essere sommato agli altri interessi ( $i_F + i_M$ ). Infatti l'interesse addizionale  $i_L$  può essere combinato in qualsiasi modo con il valore ottenuto da ( $i_F + i_M$ ). Per combinazione si intende qualsiasi tipo di operazione quale moltiplicazione, iterazione, ecc.

Un altro fattore considerato dato è il flusso di cassa ( $X_n$ ) generato dal prestatore del prestito, utile per rimborsare il debito e, se qualcosa rimane, per essere "passato" agli aventi diritto successivi, quali debiti subordinati o azionisti.

Il flusso di cassa  $X_n$  è influenzato da tutte le operazioni societarie: ricavi, costi, stipendi, etc. ed è il risultato dell'interazione di tutti questi fattori.

La stima dei fattori e del risultato da essi conseguito determina  $f(x_n)$ , la funzione di densità di probabilità per  $X_n$ . Tale funzione di probabilità  $f(x_n)$ , che si considera nota, può essere di qualunque tipo, di qualunque forma, discreta oppure continua, purchè sia una valida funzione di probabilità e rappresenti in maniera corretta l'andamento del flusso di cassa  $X_n$ .

In alcune società il flusso di cassa  $X_n$  potrebbe essere anche inferiore a zero, ad esempio per costi troppo alti o per ricavi troppo bassi. In tali casi, la società non è in grado di pagare alcuni fornitori o dipendenti, e la cifra negativa di  $X_n$  rappresenta il debito che la società ha nei confronti di questi attori.

Se è prevista la possibilità di una perdita negativa, si deve introdurre quindi il concetto di **"Perdita del punto zero"**. I creditori godono di una forma di limitazione di responsabilità, ossia essi non devono mai pagare nulla di più di quanto già concesso alla società. Per tale motivo, mentre  $X_n$  può correttamente

essere negativa, i creditori non saranno mai responsabili di quanto dovuto a terzi dalla società, indipendentemente dal loro ammontare. A loro non interessa che  $X_n$  sia zero o negativa, il risultato nei loro confronti sarà sempre equivalente a zero, ossia il punto di massima perdita degli interessi e del capitale investito. Un approccio corretto deve tenere in considerazione la Perdita del Punto Zero, ad esempio modificando la distribuzione di probabilità  $f(x_n)$  oppure agendo sulla funzione di perdita attesa come sarà descritto in seguito.

Considerando un prestito di una somma di denaro pari a  $d$ , al momento del rimborso del prestito la banca può trovarsi in tre situazioni:

- Se  $X$  è maggiore di  $(1+i)*d$ , essa ha tutto il debito rimborsato.
- Se  $X$  è minore o uguale a zero, essa perde tutto il capitale prestato e tutti gli interessi dovuti.
- Se  $X$  è compresa tra 0 e  $(1+i)*d$ , la banca perde esattamente  $(1+i)*d - X$ .

Pertanto, in base a quanto detto sopra, la Perdita del Punto Zero e la perdita negativa vanno incluse nel modello, quindi si può creare la seguente funzione di perdita:

$$l(x; (1+i)*d) = \begin{cases} (1+i)*d & x_n < 0 \\ (1+i)*d - x_n & 0 \leq x_n < (1+i)*d \\ 0 & x_n \geq (1+i)*d \end{cases} \quad (2)$$

Da tale funzione di perdita che comprende l'eventuale Perdita del Punto Zero si può calcolare la Perdita Attesa della banca ("**Expected Loss**"). L'Expected Loss, si ottiene pesando ogni singola possibile perdita data dalla funzione  $l(x; (1+i)*d)$  per la sua distribuzione di probabilità  $f(x)$ .

5. C.

Se la funzione di probabilità  $f(x)$  è una funzione continua, la pesatura viene fatta tramite un integrale. Invece se la funzione di probabilità  $f(x)$  è una funzione discreta, la pesatura viene fatta tramite una sommatoria. In seguito si considera la funzione di probabilità  $f(x)$  continua, quindi si utilizza un integrale che si estende tra  $-\infty$  e  $+\infty$ . Di conseguenza, la perdita attesa è data dalla formula:

$$L = \int_{-\infty}^{+\infty} l(x; (1+i)d) f(x) dx = \int_0^{d+id} [(1+i)d - x] f(x) dx + \int_{-\infty}^0 (1+i) df(x) dx \quad (3)$$

In caso non sia prevista la Perdita del Punto Zero, l'integrale tra 0 e  $-\infty$  sarebbe nullo e quindi l'Expected Loss L sarebbe data dalla seguente funzione:

$$L = \int_0^{d+id} [(1+i)d - x] f(x) dx \quad (4)$$



Poiché la perdita attesa L deve essere trasferita in capo al prestatore, e di solito questo avviene sotto forma di interessi sul debito, si divide la perdita attesa L per il valore del prestito d, in modo da ottenere l'addizionale sul tasso di interesse  $i_L$ :

$$i_L = \frac{L}{d} \quad (5)$$

La funzione che definisce gli interessi addizionali  $i_L$  è una funzione implicita, perché come detto prima nella formula (1)  $i(d) = i_L(d) + i_F + i_M$ .

Pertanto sostituendo nella (5) il valore di L dato dalla formula (4) e il valore di  $i(d)$  dato dalla formula (1) si ottiene:



$$i_L = \left[ \int_0^{(1+i_L+i_F+i_M)*d} (d + i_L * d + i_F * d + i_M * d - x) * f(x) dx \right] / d$$

(6)

La perdita attesa è creata anche dall'interesse aggiuntivo  $i_L$ , e questo è coerente, perché per la banca, l'interesse aggiuntivo  $i_L$  è dovuto tanto quanto il capitale prestato  $d$  e gli altri interessi fissati  $i_F$  ed  $i_M$ .

Il fatto che l'interesse aggiuntivo  $i_L$  sia implicito, può essere risolto in due maniere, o esplicitando la funzione  $i_L$ , oppure utilizzando metodi numerici per trovare il valore di  $i_L$  che soddisfi l'uguaglianza per quello specifico valore di "d".

Potendo trovare il corretto valore di  $i_L$ , e il conseguente valore di  $i$  per il determinato valore di "d", si può ipotizzare di calcolarle  $i(d)$  per diversi valori di "d" in un certo intervallo, creando una Curva di Costo del Debito (**Cost of Debt Curve**, CoD Curve). Tale curva CoD crea un collegamento biunivoco tra ogni valore di "d" (affidamento di denaro) e il suo corrispondente valore corretto di  $i$  (interesse), così da permettere al prenditore di vedere come cambia il valore dell'interesse  $i$  al variare del debito richiesto  $d$ .

La curva CoD può essere creata attraverso una funzione con variabile indipendente "d", (Funzione di Costo del Debito), oppure utilizzando un insieme finito di valori del debito (Tabella di Costo del Debito), per calcolare i risultati della funzione dell'interesse aggiunto  $i_L$ , in caso sia stata esplicitata, oppure reiterando il calcolo "numerico" di  $i_L$ , in caso si sia mantenuta implicita.

Tale procedimento secondo l'invenzione presenta diversi vantaggi.

- Esso è standard, formale, non ha alcuna caratteristica di soggettività né di aleatorietà, ossia a parità di input gli output sono sempre gli stessi.

S. C.

- Esso richiede come input solo il costo del capitale senza rischio  $i_F$  (pubblicamente disponibile), il guadagno atteso dalla banca sul prestito  $i_M$ , e la distribuzione di frequenza dei ricavi  $f(x)$  della società debitrice, che può essere ricavata con i molti metodi noti sopraesposti, oppure può essere ricavata dalla media di settore o dalla "classe di merito" dell'azienda debitrice.

- Seppur la matematica necessaria ad esplicitare la funzione di interesse aggiuntivo per il rischio  $i_L$  dipende dalla distribuzione di probabilità richiesta  $f(x)$ , e può risultare anche ardua, esistono a basso prezzo software perfettamente in grado di applicare "metodi numerici", arrivando in pochi secondi al risultato.

- Il risultato dato da tale procedimento è attuarialmente corretto ed eguale al guadagno atteso dalle società. Questo significa che tutto ciò che rimane è la varianza dell'investimento, perché il guadagno non viene intaccato. Varianza che può essere trattata con la diversificazione o con altre tecniche.

- Tale procedimento è applicabile anche in caso di investimenti con ritorni stocasticamente non indipendenti e determina il corretto pricing dell'attività, indipendentemente dal resto del portafoglio della banca e indipendentemente dalla varianza. Tale procedimento non dipende né dallo storico dei prezzi, né dalla loro volatilità, né da nessun altro fattore che non sia la stima futura dei ricavi. Esso dà come risultato un portafoglio attuarialmente equo, con un rendimento eguale al guadagno deciso dalla banca ( $i_F + i_M$ ).

- Tale procedimento non risente della correlazione dei singoli investimenti, e dà un risultato corretto, anche quando questi non sono indipendentemente stocastici, con la comodità di essere indipendente dal resto del portafoglio della banca.

5. 1.

- Tale procedimento consente di separare il rischio di perdita dal rischio di variabilità del prestito, e dà come risultato un costo del debito che permette di ottenere, su un investimento, il corretto guadagno e la corretta copertura del rischio attuariali, scorporandoli dal problema della variabilità.

Ulteriori caratteristiche dell'invenzione appariranno più chiare dalla descrizione dettagliata che segue, riferita a sue forme puramente esemplificative e quindi non limitative di realizzazione, illustrate con l'ausilio dei disegni annessi, in cui:

la Fig. 1 è uno schema a blocchi illustrante il sistema per computer per il calcolo degli interessi per affidamenti di denaro secondo l'invenzione;

la Fig. 2 è uno schema a blocchi illustrante in maggiore dettaglio un blocco di formazione della funzione di perdita;

la Fig. 3 un grafico illustrante una funzione di distribuzione del flusso di cassa, di tipo gaussiana  $f(x)$ ;

la Fig. 4 è un grafico illustrante una funzione di perdita ( $l$ ), in funzione del flusso di cassa ( $X$ ); e

la Fig. 5 è un grafico illustrante una curva di costo del debito, vale a dire l'andamento dell'interesse totale ( $i$ ) in funzione della quantità di denaro affidato ( $d$ ).

Per ora con l'ausilio delle Figg. 1 e 2 viene descritto un dispositivo 100 che implementa il procedimento secondo l'invenzione.

Il dispositivo 100 comprende un blocco sommatore 1 avente tre ingressi e un'uscita. Ai tre ingressi del blocco sommatore 1 vengono immessi rispettivamente il tasso di interesse senza rischio  $i_F$ , il tasso di guadagno della banca  $i_M$  ed il tasso

5. 1.



aggiuntivo di perdita  $i_L(d)$ . Quindi il blocco sommatore 1 emetterà in uscita il corretto tasso di interesse totale  $i(d)$ .

Il tasso di interesse senza rischio  $i_F$  è noto dai titoli di stato, il tasso di guadagno della banca  $i_M$  viene impostato dalla banca in conformità al guadagno che vuole attenerne sul prestito e il tasso aggiuntivo di perdita  $i_L(d)$  viene calcolato dal dispositivo 100 mediante altri blocchi funzionali come sarà descritto in seguito.

A tale scopo il dispositivo 100 comprende un blocco funzione di distribuzione 3 atto a generare una funzione di distribuzione  $f(x)$  in conformità al flusso di cassa  $X$  prodotto dal prenditore che richiede il prestito.

Il flusso di cassa  $X$  è un valore noto dai dati contabili del prenditore, pertanto la funzione di distribuzione del flusso di cassa  $f(x)$  può essere ottenuta in modo noto mediante il blocco 3. Tale funzione di distribuzione del flusso di cassa  $f(x)$  può essere continua o discreta.

Il dispositivo 100 comprende inoltre un blocco funzione di perdita 5 che presenta tre ingressi e un'uscita. Agli ingressi del blocco funzione di perdita 5 vengono inviati rispettivamente la somma di denaro prestata  $d$ , il flusso di cassa  $X$  e il tasso d'interesse totale  $i(d)$  corrispondente all'uscita del blocco sommatore 1.

Il blocco funzione di perdita 5 emette in uscita una funzione di perdita  $l(x; (1+i)*d)$  che è indicativa della perdita che può subire la banca nel caso in cui il prenditore non abbia più i fondi per restituire il prestito.

La funzione di perdita  $l(x; (1+i)*d)$  uscente dal blocco funzione di perdita 5 viene pesata con la distribuzione del flusso di cassa  $f(x)$ , mediante un blocco di pesatura 4, che può essere un integratore o sommatore a seconda che la distribuzione del flusso di cassa  $f(x)$  sia continua o discreta. Pertanto il blocco di pesatura 4 presenta due ingressi rispettivamente per la funzione di perdita  $l(x;$

$(1+i)*d$ ) e la distribuzione del flusso di cassa  $f(x)$ . All'uscita del blocco di pesatura 4 viene emessa la perdita attesa  $L$ .

Infine il dispositivo 100 comprende un blocco divisore 2 che presenta due ingressi e un'uscita. Agli ingressi del blocco divisore 2 vengono inviati la perdita attesa  $L$  e la somma di denaro del prestito  $d$ . L'uscita del blocco divisore 2 corrispondente al tasso di interesse aggiuntivo di perdita  $i_L(d) = L/d$  viene inviata al sommatore 1.

In seguito con riferimento a Fig. 2 viene illustrato in maggiore dettaglio il blocco della funzione di perdita 5.

Il blocco funzione di perdita 5 comprende un blocco sommatore 50 che presenta due ingressi e un'uscita. Agli ingressi del sommatore 50 vengono immessi il tasso d'interesse totale  $i(d)$  proveniente dall'uscita del sommatore 1 e il numero 1. Quindi all'uscita del sommatore 50 si ottiene il valore  $(1+i)$ .

L'uscita del sommatore 50 viene collegata all'ingresso di un moltiplicatore 51. All'altro ingresso del moltiplicatore 51 viene immessa la somma di denaro prestata  $d$ . Come risultato all'uscita del moltiplicatore 51 si ottiene il valore  $(1+i)*d$  che indica la somma di denaro prestata  $d$  più l'interesse su quella somma  $i*d$  che deve restituire il prenditore.

Il blocco funzione di perdita 5 comprende un blocco comparatore 52 che prevede tre ingressi ed un'uscita. Il primo ingresso del comparatore 52 è destinato a ricevere il valore da confrontare e gli altri due ingressi del comparatore 52 sono destinati a ricevere i valori di soglia del confronto.

Quindi, nel primo ingresso del comparatore 52 viene immesso il valore del flusso di cassa  $X$ , nel secondo ingresso viene immesso il primo valore di soglia (0) settato al valore zero e nel terzo ingresso viene immesso il secondo valore di soglia

5. C.

$((1+i)*d)$  settato ad un valore pari alla somma di denaro prestata  $d$  più l'interesse su quella somma  $i*d$ , vale a dire il valore proveniente dall'uscita del moltiplicatore 51.

Il comparatore 52 confronta il flusso di cassa  $X$  con i due valori di soglia  $0$  e  $(1+i)*d$ . In conformità al confronto effettuato:

- se  $X < 0$  il comparatore 52 restituisce in uscita il valore  $(1+i)*d$  pari alla somma di denaro prestata  $d$  più l'interesse su quella somma  $i*d$ , vale a dire pari alla seconda soglia;
- se  $0 \leq X < (1+i)*d$  il comparatore 52 restituisce in uscita il valore  $(1+i)*d - X$ , pari alla seconda soglia  $(1+i)*d$  meno il flusso di cassa  $X$
- se  $X \geq 0$  il comparatore 52 restituisce in uscita il valore zero ( $0$ ).

Come risultato, l'uscita del comparatore 52 corrisponde alla funzione di perdita  $l(x; (1+i)d)$  che viene pesata nel blocco di pesatura 4.

Tale procedimento secondo l'invenzione può essere implementato da componenti hardware installati in un computer dedicato che, in conformità agli ingressi dati ( $i_F$ ,  $i_M$ ,  $X$ ), restituisce in uscita i valori dell'interesse totale  $i(d)$  in funzione della somma di denaro del prestito  $d$ .

L'uscita del dispositivo 100 può essere collegata ad un visualizzatore /stampante per visualizzare/stampare un curva del costo del prestito e/o una tabella che dà una corrispondenza biunivoca tra i valori di interesse totale  $(i)$  ed i corrispondenti valori della somma di denaro prestata  $(d)$ .

Tale procedimento chiaramente può essere implementato con un software dedicato che può essere installato nella memoria di un computer o memorizzato in un supporto di memoria atto ad essere letto da un computer.

**Esempio 1:**

S. C.

Si suppone che il tasso di interesse senza rischio  $i_F = 0,03$  (3%) e il guadagno deciso dalla banca  $i_M = 0,02$  (2%) siano noti e fissi.

La società che richiede il prestito ha una distribuzione di flussi di cassa  $X$  che può essere rappresentata da una funzione gaussiana normalizzata, illustrata in Fig. 1

$$f(x_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

in cui  $\mu = 100$  e  $\sigma^2 = 2500$ .

Visto che  $f(x) \neq 0$  per  $X < 0$ , allora è necessario considerare la "Perdita del Punto Zero".

Applicando la funzione (2) si costruisce la funzione perdita  $l(x; (1+i)*d)$ . Supponendo che per un interesse  $i=0$  si ottiene una somma di denaro  $d=50$ , la funzione perdita  $l(x; (1+i)*d)$  ha l'andamento a gradino con transizione a rampa illustrato in Fig. 2.

Dalla funzione di perdita  $l(x; (1+i)*d)$  applicando la formula (3) si calcola la Perdita Attesa:

$$L = \int_{-\infty}^{+\infty} [l(x; (1+i)d)] f(x) dx = \int_{-\infty}^{(1+i)d} [l(x; (1+i)d)] f(x) dx$$

La funzione perdita  $l(x; (1+i)d)$  per valori di  $x > (1+i)d$  è uguale a zero, e quindi il segmento da  $(1+i)d$  a  $+\infty$  può essere omissso dal calcolo dell'integrale.

Trovata la perdita attesa  $L$ , applicando la formula (5) si ottiene la funzione dell'interesse aggiuntivo  $i_L$ :

5. C.

$$i_L = \frac{\left[ \int_{-\infty}^{(1+i_F+i_M+i_L)d} [l(x; (1+i_F+i_M+i_L)d)] f(x) dx \right]}{d}$$



Si procede con un metodo numerico per trovare la soluzione di tale funzione implicita, ad esempio per una prestito pari a  $d=25$ :

$$i_L = \frac{\left[ \int_{-\infty}^{(1+0,03+0,05+i_L)25} [l(x; (1+0,03+0,05+i_L)*25)] * f(x) dx \right]}{25}$$

Per trovare la soluzione numerica è stato sufficiente costruire un modello in un programma matematico. Usando il programma software Mathematica™ con la seguente linea di comando:

`FindRoot[il[p]=p,{p,0.05}]`

Si ottiene il seguente risultato:  $p \approx 0.0485373$

Quindi, ad una richiesta di prestito per 25, il corretto ammontare di interessi da chiedere alla società è:

$$i = i_F + i_M + i_L = 0,03 + 0,02 + 0,0485373 = 0,0985373$$

Tale somma di interessi è quella che rende attuarialmente equo il prestito (e il portafoglio di conseguenza). La verifica di ciò è facilmente ottenibile, considerando che:

- per un flusso di cassa negativo  $X \in (-\infty; 0]$ , la banca non ottiene nulla dal debitore (Perdita del Punto Zero),
- per un flusso di cassa positivo inferiore alla cifra prestata  $X \in (0; (1+i)d]$  la banca ottiene solo  $X$  (in questo caso  $X < (1+i)d = 1.0985373*25 = 27,4634$ ), e

*S. C.*



In termini matematici, quanto detto sopra può essere rappresentato dalla seguente formula:

$$\text{Ritorno atteso sul debito} = \int_0^{27,4634} x * f(x)dx + 27,4634 * \int_{27,4634}^{+\infty} f(x)dx = 26,25$$

$$\text{ossia } (1 + i_M + i_F) * d = 1,05 \cdot 25 = 26,25.$$

Il rendimento della banca è in linea con quanto richiesto, e le rimane solo il problema della variabilità del ritorno. Infatti, anche se attuarialmente equo, tale credito presenta una varianza di 25,543, che comunque sia può essere ridotta con la diversificazione e risolta con metodi finanziari di per sé noti.

Ora si può procedere ad estendere il modello secondo l'invenzione fino a creare una Curva di Costo del Debito. Non avendo esplicitato la funzione di  $i_L$ , si procede con metodi numerici anche per determinare la Curva di Costo del Debito.

Questa società ha profitti medi (X) pari a 100, quindi si giudica ragionevole che essa possa richiedere un prestito compreso tra 1 e 70. Applicando le formule (1) e (6), si calcola il valore dell'interesse  $i$  per diversi valori di  $d$  compresi tra 1 e 70, in modo da costruire una Tabella di Costo del Debito. A titolo esemplificativo sotto viene riportata una Tabella di Costo del Debito calcolata con otto valori di  $d$ .

G. C.

Tabella di Costo del Debito

d	i
1	7,509%
10	8,192%
20	9,212%
30	10,605%
40	12,519%
50	15,185%
60	18,999%
70	24,744%

Da tale tabella di costo del debito viene costruito un grafico che rappresenta la curva di costo del debito, come illustrato in Fig. 2.

**Esempio 2:**

Si considera ora un'altra società avente una distribuzione di flussi di cassa  $f(x)$  discreta, rappresentata nella seguente tabella che riporta i flussi di cassa  $X$  e i valori discreti di probabilità  $p(x)$ .

Tabella di Distribuzione dei Flussi di Cassa

$p(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$X$	20'000	30'000	50'000	60'000

S. C.

Come si vede, per questa società non è previsto nessun valore negativo di  $X$ . Questa situazione, improbabile nell'attività imprenditoriale, può essere resa possibile nel credito, ad esempio tramite garanzie reali su beni, quali ipoteche. In questo caso si potrebbe pensare che la banca ha un'ipoteca su un bene liquidabile per 20'000, per cui il suo ritorno minimo possibile è il valore del bene. In questo caso non c'è bisogno di calcolare la Perdita del Punto Zero.

La funzione di perdita sarà data da:

$$l(x; (1+i)d) = \begin{cases} (1+i)d - x & x < (1+i)d \\ 0 & x \geq (1+i)d \end{cases}$$

La Perdita Attesa  $L$  si ottiene pesando la funzione di perdita  $l(x; (1+i)d)$  con una sommatoria:

$$L = \sum_{x \in X} l(x; (1+i)d) * p(x)$$

Lo stesso risultato si può raggiungere anche evitando di creare la funzione di perdita e ponendo nella sommatoria, al posto di  $x \in X$ , la condizione di esistenza della funzione di perdita  $\{x \mid (x \in X) \wedge (x < (1+i)d)\}$ .

Data la semplicità della Perdita Attesa, si può anche tentare di esplicitare l'interesse aggiuntivo  $i_L$ . Utilizzando sempre  $i_F = 0,03$  (3%) e  $i_M = 0,02$  (2%), per un credito  $d = 35'000$  (supponendo che  $(1,05 + i_L) * 35'000$  non superi i 50'000), la perdita attesa è la seguente:

$$L = \frac{1}{4}[(1,05 + i_L) * 35'000 - 20'000] + \frac{1}{4}[(1,05 + i_L) * 35'000 - 30'000]$$

5. r.

Dividendo questa perdita per 35'000, ossia  $d$ , si ottiene la funzione di interesse aggiuntivo  $i_L$  (implicita). Esplicitarla è un mero esercizio algebrico:

$$i_L = \frac{2(1,05)35'000 - 20'000 - 30'000}{2 \cdot 35'000} = 0,335714$$

Procedendo analogamente per tutti gli altri scaglioni, si può ottenere la funzione di  $i_L$  esplicita:

$$i_L(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 19047,6 \\ \frac{1,05d - 20'000}{3d} & 19047,6 < d \leq 26190,5 \\ \frac{2(1,05)d - 50'000}{2d} & 26190,5 < d \leq 35714,3 \\ \frac{3(1,05)d - 100'000}{d} & 35714,3 < d \leq 38095,23 \end{cases}$$



Per un prestito superiore a 38095,23,  $i_L$  è indefinita. Questo perché un prestito di tale ammontare porta come rimborso  $(1+i)d = 60.000$ . Qualunque ammontare superiore porta il rimborso oltre tale soglia, ma poiché la distribuzione non prevede valori di  $X$  superiori a 60.000, parte di questa somma sarebbe irrealizzabile già in partenza. Nessun valore di  $i_L$  è in grado di ripristinare il ritorno atteso, perciò il ritorno oltre tale soglia diminuisce inevitabilmente.

Per trovare i valori degli scaglioni, è sufficiente sapere che  $i_L$  parte sempre da 0, ed ipotizzarla continua da destra. Si possono poi usare le intersezioni delle sue rette, oppure calcolare quando da sinistra  $(1+i)d$  raggiunge lo scaglione successivo.

Dalla funzione di  $i_L$  è automatico ricavare gli interessi richiesti  $i(d) = i_F + i_M + i_L(d) = 0,03 + 0,02 + i_L(d)$  e, di conseguenza, la Curva di Costo del Debito.

5. C.

### Esempio 3:

In questo caso si considera un portafoglio prestiti con due prestiti, la cui distribuzione del ritorno è riportata nella seguente tabella:

Tabella di Distribuzione del Ritorno						
x, y	1	2	3	4	5	f(y)
1	0,1	0,025	0,025	0,025	0,025	0,2
2	0,025	0,1	0,025	0,025	0,025	0,2
3	0,025	0,025	0,1	0,025	0,025	0,2
4	0,025	0,025	0,025	0,1	0,025	0,2
5	0,025	0,025	0,025	0,025	0,1	0,2
F(x)	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	1

Come si può notare, le distribuzioni di X e di Y non sono stocasticamente indipendenti, poiché non vale la condizione d'indipendenza  $f_x(x)f_y(y) = f_{x,y}(x,y)$ . Poiché la probabilità condizionata  $f_{x|y}(x|y)$  (in questo esempio sempre uguale a  $f_{y|x}(y|x)$ ) assume valore 0,5 se  $x=y$ , oppure 0,125 in tutti gli altri casi, queste due distribuzioni sono altamente correlate. Questo, tuttavia, non pone alcun problema all'applicazione del modello secondo l'invenzione.

Si considera sempre il caso in cui  $i_F = 0,03$  (3%) e  $i_M = 0,02$  (2%) fisso, e il debito chiesto da ciascuna società è pari a  $d = 1,65$

La funzione di perdita attesa è data da:

$$L = [(1.05 + i_L)d - 1]f_x(1)$$

Risolvendo tale formula troviamo  $i_L = 0.110985$ . Pertanto  $(1+i)d = 1.916$  e non passa lo scaglione, quindi  $i_L$  è corretto. Poiché le due società hanno identica distribuzione di probabilità e identico debito,  $i_L$  vale per entrambe.

S. . C.

Il ritorno atteso del creditore è dato da:

$$Ritorno = 2f_{x,y}(1,1) + 2\sum_{x=2}^5 (1 + (1+i)d)f_{x,y}(x,1) + \sum_{x=2}^5 \sum_{y=2}^5 2(1+i)df_{x,y}(x,y) = 3,465$$

che corrisponde ad un rendimento del 5%. Quindi il modello risulta valido anche in caso di rendimenti correlati. L'unica cosa che cambia è la varianza, che sarà trattata con altri metodi finanziari di per sé noti.

5. C.

### RIVENDICAZIONI

1. Procedimento per il calcolo degli interessi ( $i$ ) per affidamenti di denaro (d) comprendente i seguenti passi:

- memorizzazione di un tasso di interesse senza rischio ( $i_F$ ) indicativo del rendimento dei titoli senza rischio;

- memorizzazione di un tasso di interesse di guadagno ( $i_M$ ) indicativo del guadagno che vuole ottenere il creditore per l'affidamento di denaro (d) al prestatore;

- elaborazione di un tasso di interesse aggiuntivo di perdita ( $i_L$ ) indicativo del rischio di perdita da parte del creditore per insolvenza del prestatore; e

- somma di detto tasso di interesse senza rischio ( $i_F$ ) con detto tasso di interesse di guadagno ( $i_M$ ) e combinazione del risultato ottenuto con detto tasso di interesse aggiuntivo di perdita ( $i_L$ ) in modo da ottenere un tasso di interesse totale corretto ( $i(d)$ ) in funzione dell'affidamento di denaro (d).

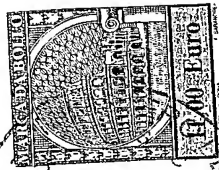
2. Procedimento secondo la rivendicazione 1, caratterizzato dal fatto che detta combinazione comprende un'operazione di addizione del risultato ottenuto dalla somma di detti tasso di interesse senza rischio ( $i_F$ ) e tasso di interesse di guadagno ( $i_M$ ) con detto tasso di interesse aggiuntivo di perdita ( $i_L$ ).

3. Procedimento secondo la rivendicazione 1 o 2, caratterizzato dal fatto che detto passo di elaborazione del tasso di interesse aggiuntivo di perdita ( $i_L$ ) comprende i passi di

- calcolo di un valore di perdita attesa ( $L$ ), e

- divisione di detto valore di perdita attesa ( $L$ ) con detto valore di affidamento di denaro (d).

5. C



4. Procedimento secondo la rivendicazione 3, caratterizzato dal fatto che detto passo di calcolo di un valore di perdita attesa ( $L$ ) comprende la pesatura di una funzione di perdita ( $l(x; 1+i)d$ ) mediante una funzione di distribuzione ( $f(X)$ ) dei flussi di cassa ( $X$ ) del prenditore.

5. Procedimento secondo la rivendicazione 4, caratterizzato dal fatto di comprendere inoltre i passi di:

- memorizzazione di una pluralità di flussi di cassa ( $X$ ) generati dal prenditore, e
- generazione di detta funzione di distribuzione ( $f(X)$ ) dei flussi di cassa, in conformità ai flussi di cassa ( $X$ ) memorizzati.

6. Procedimento secondo la rivendicazione 4 o 5, caratterizzato dal fatto che detta funzione di distribuzione ( $f(X)$ ) dei flussi di cassa è continua e la pesatura di detta funzione di perdita ( $l(x; 1+i)d$ ) avviene mediante un integrale.

7. Procedimento secondo la rivendicazione 4 o 5, caratterizzato dal fatto che detta funzione di distribuzione ( $f(X)$ ) dei flussi di cassa è discreta e la pesatura di detta funzione di perdita ( $l(x; 1+i)d$ ) avviene mediante una sommatoria.

8. Procedimento secondo una qualsiasi delle rivendicazioni da 4 a 7, caratterizzato dal fatto che detto passo di calcolo della funzione di perdita ( $l(x; (1+i)d$ ) prevede il confronto del flusso di cassa ( $X$ ) generato dal prenditore con valori di soglia prestabiliti.

9. Procedimento secondo la rivendicazione 8, caratterizzato dal fatto che detti valori di soglia prestabiliti comprendono una prima soglia (0) settata al valore zero e una seconda soglia ( $((1+i)d$ ) settata ad un valore pari alla quantità di denaro prestata ( $d$ ) più l'interesse totale dovuto ( $i*d$ ) su quella quantità di denaro ( $d$ ).



10. Procedimento secondo la rivendicazione 9, caratterizzato dal fatto che detto passo di confronto per il calcolo della funzione di perdita  $(l(x; (1+i)d)$  stabilisce che:

- se il flusso di cassa ( $X$ ) è minore della prima soglia ( $0$ ), la funzione di perdita è uguale alla quantità di denaro prestata ( $d$ ) più l'interesse totale dovuto ( $i*d$ ),

- se il flusso di cassa ( $X$ ) è compreso tra la prima soglia ( $0$ ) e la seconda soglia  $((1+i)d)$ , la funzione di perdita è uguale alla quantità di denaro prestata ( $d$ ) più l'interesse totale dovuto ( $i*d$ ) meno il flusso di cassa ( $X$ ), e

- se il flusso di cassa ( $X$ ) è maggiore della seconda soglia  $((1+i)d)$ , la funzione di perdita è uguale a zero ( $0$ ).

11. Procedimento secondo una qualsiasi delle rivendicazioni da 3 a 10, caratterizzato dal fatto che detta perdita attesa ( $L$ ) comprende, in forma implicita, l'interesse totale  $i(d)$ , l'interesse di guadagno ( $i_M$ ) e l'interesse fisso ( $i_F$ ).

12. Procedimento secondo una qualsiasi delle rivendicazioni da 4 a 11, caratterizzato dal fatto che in detto passo di pesatura della funzione di perdita  $(l(x; (1+i)d)$  viene esplicitato l'interesse aggiuntivo ( $i_L$ ) che deve essere calcolato.

13. Procedimento secondo la rivendicazione 12, caratterizzato dal fatto che detto valore dell'interesse aggiuntivo ( $i_L$ ) viene calcolato mediante metodi di approssimazione numerica.

14. Procedimento secondo una qualsiasi delle rivendicazioni da 4 a 13, caratterizzato dal fatto che il calcolo dell'interesse aggiuntivo ( $i_L$ ) comprende un passo di reiterazione per diversi valori significativi dell'affidamento di denaro ( $d$ ), in modo da ottenere una curva di costo del debito che rappresenta il cambiamento del tasso di interesse totale ( $i(d)$ ) al variare dell'affidamento di denaro ( $d$ ).

15. Procedimento secondo la rivendicazione 14, caratterizzato dal fatto che detta curva di costo del debito è rappresentata da un digramma cartesiano che riporta nell'asse delle ascisse (X) l'affidamento di denaro (d) e nell'asse delle ordinate (Y) il tasso di interesse totale ( $i(d)$ ).

16. Procedimento secondo la rivendicazione 14, caratterizzato dal fatto che detta curva di costo del debito è rappresentata da una tabella che riporta diversi valori dell'affidamento di denaro (d) e i corrispondenti valori del tasso di interesse totale ( $i(d)$ ).

17. Dispositivo (100) per il calcolo degli interessi (i) per affidamenti di denaro (d) comprendente:

- primi mezzi di memorizzazione per memorizzare un tasso di interesse senza rischio ( $i_F$ ) indicativo del rendimento dei titoli senza rischio;
- primi mezzi di memorizzazione per memorizzare un tasso di interesse di guadagno ( $i_M$ ) indicativo del guadagno che vuole ottenere il creditore per l'affidamento di denaro (d) al prenditore;
- mezzi di elaborazione per elaborare un tasso di interesse aggiuntivo di perdita ( $i_L$ ) indicativo del rischio di perdita da parte del creditore per insolvenza del prenditore; e
- mezzi sommatori (1) per sommare detti tasso di interesse senza rischio ( $i_F$ ), tasso di interesse di guadagno ( $i_M$ ) e tasso di interesse aggiuntivo di perdita ( $i_L$ ) in modo da ottenere un tasso di interesse totale corretto ( $i(d)$ ) in funzione dell'affidamento di denaro (d).

18. Dispositivo secondo la rivendicazione 17, caratterizzato dal fatto che detti mezzi di elaborazione del tasso di interesse aggiuntivo di perdita ( $i_L$ ) comprendono:

S. C.

- mezzi di calcolo per calcolare un valore di perdita attesa (L), e
- mezzi divisori (2) per dividere detto valore di perdita attesa (L) con detto valore di affidamento di denaro (d).

19. Dispositivo secondo la rivendicazione 18, caratterizzato dal fatto che detti mezzi di calcolo del valore di perdita attesa (L) comprendono un integratore o sommatore (4) per pesare una funzione di perdita  $(l(x; 1+i)d)$  mediante una funzione di distribuzione  $(f(X))$  dei flussi di cassa (X) del prenditore.

20. Dispositivo secondo la rivendicazione 19, caratterizzato dal fatto di comprendere inoltre:

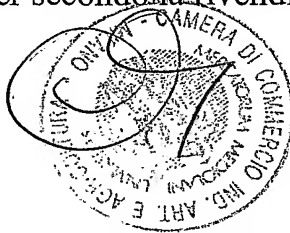
- terzi mezzi di memorizzazione per memorizzare una pluralità di flussi di cassa (X) generati dal prenditore, e
- mezzi (3) di generazione di detta funzione di distribuzione  $(f(X))$  dei flussi di cassa, in conformità ai flussi di cassa memorizzati (X).

21. Dispositivo secondo la rivendicazione 20, caratterizzato dal fatto di comprendere mezzi (5) di calcolo della funzione di perdita  $(l(x; (1+i)d)$  che comprendono un comparatore (52) per confrontare il flusso di cassa (X) generato dal prenditore con valori di soglia prestabiliti.

22. Dispositivo secondo la rivendicazione 21, caratterizzato dal fatto che detti valori di soglia prestabiliti comprendono una prima soglia (0) settata al valore zero e una seconda soglia  $((1+i)d)$  settata ad un valore pari alla quantità di denaro prestata (d) più l'interesse totale dovuto  $(i*d)$  su quella quantità di denaro (d).

23. Programma per computer comprendente mezzi di codici di programma atti ad eseguire tutti i passi di una qualsiasi delle rivendicazioni da 1 a 17.

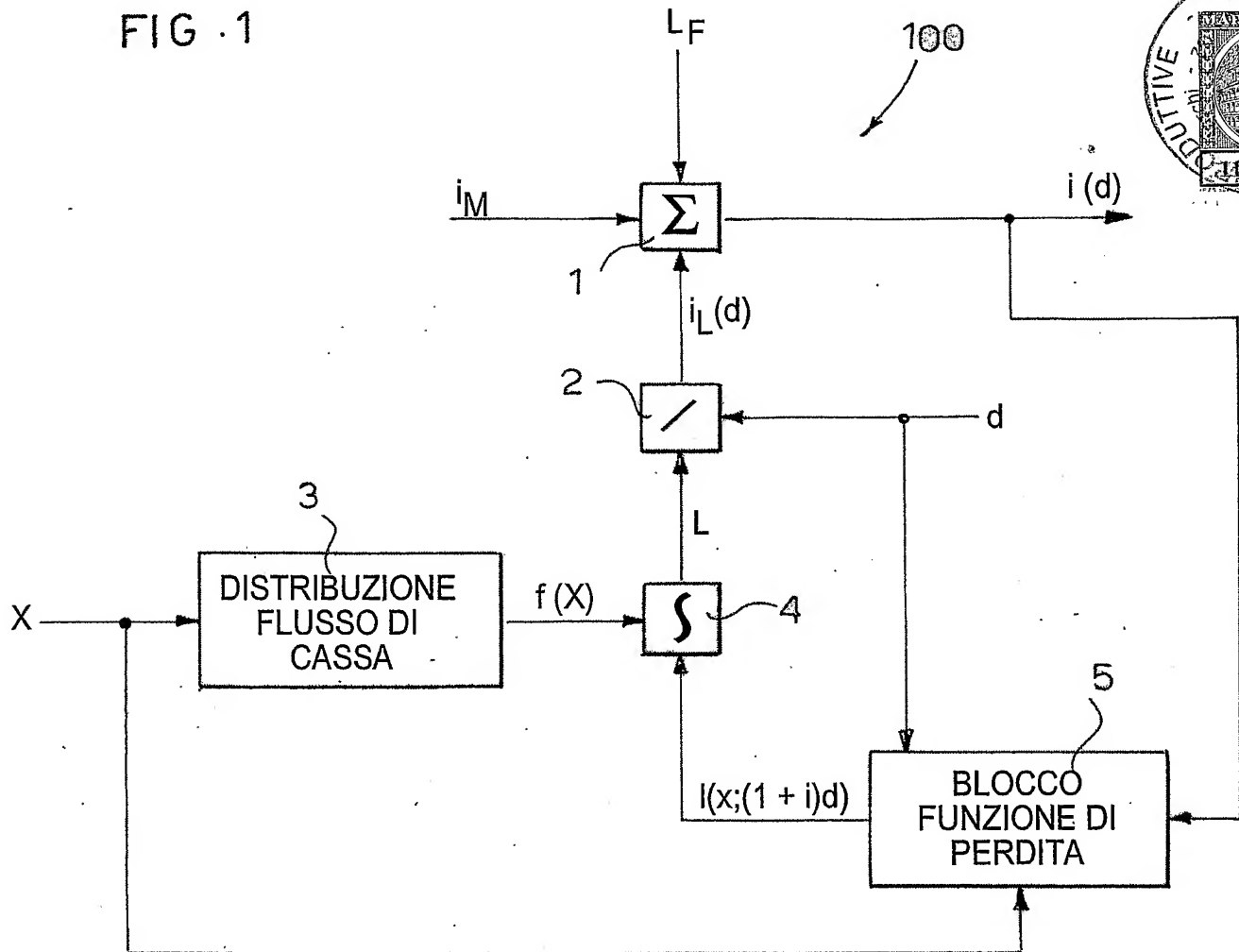
24. Programma per computer secondo la rivendicazione 23, memorizzato su un supporto leggibile al computer.



RACHELI & C. S.p.A.  
Gianluigi Cutropia

*Gianluigi Cutropia*

FIG. 1



MI 2003 A 0 0 2 5 9 7

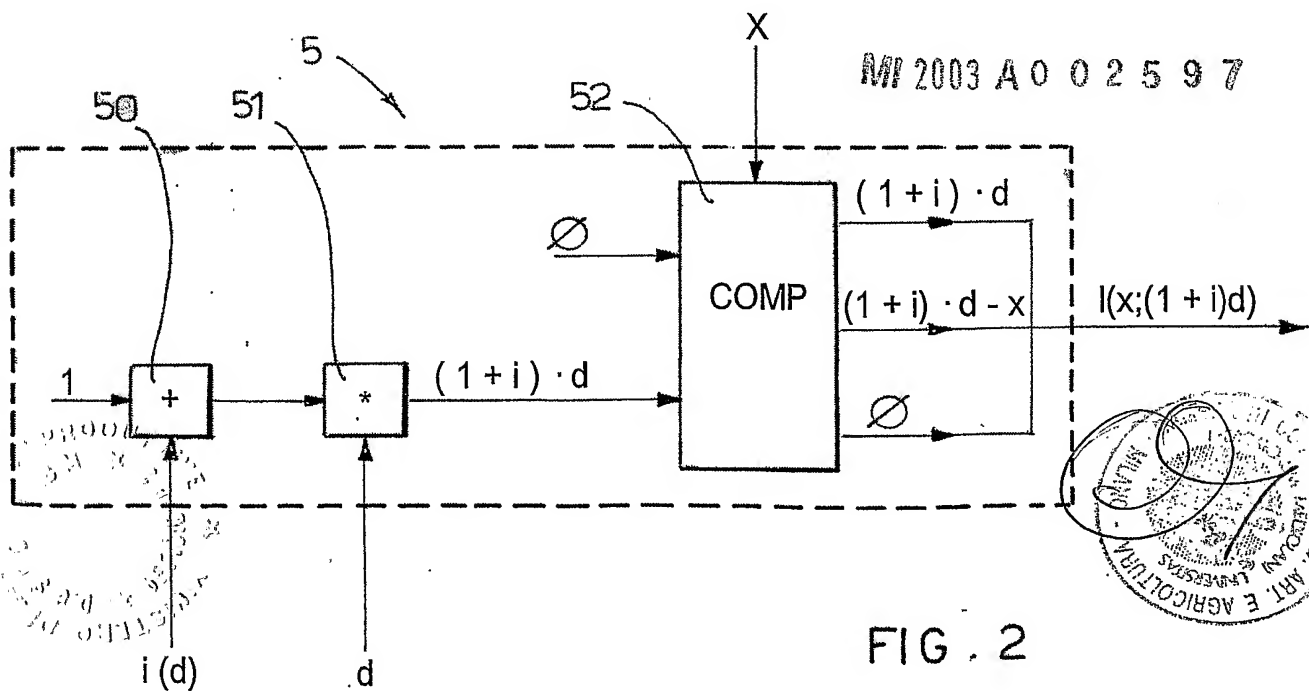


FIG. 2

FIG. 3

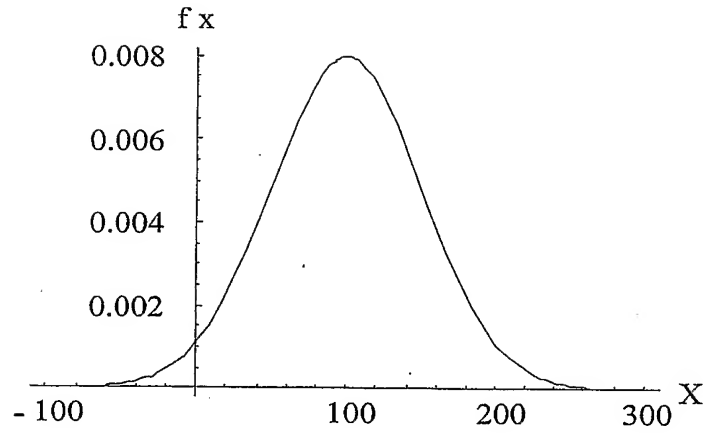
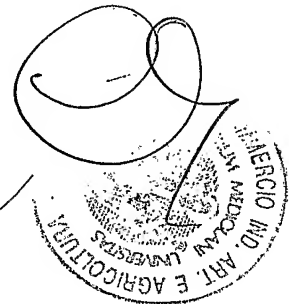
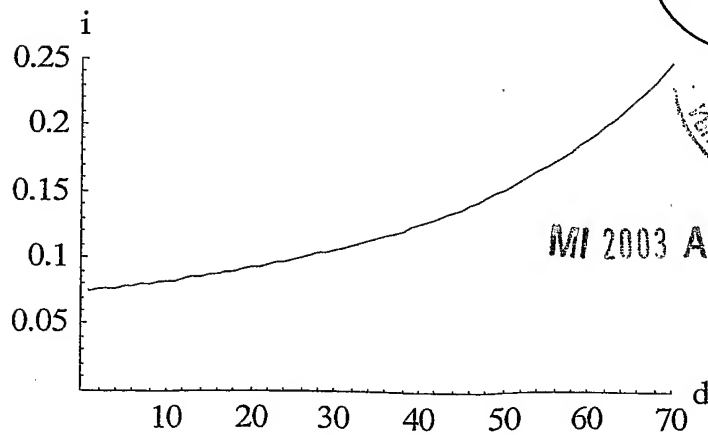
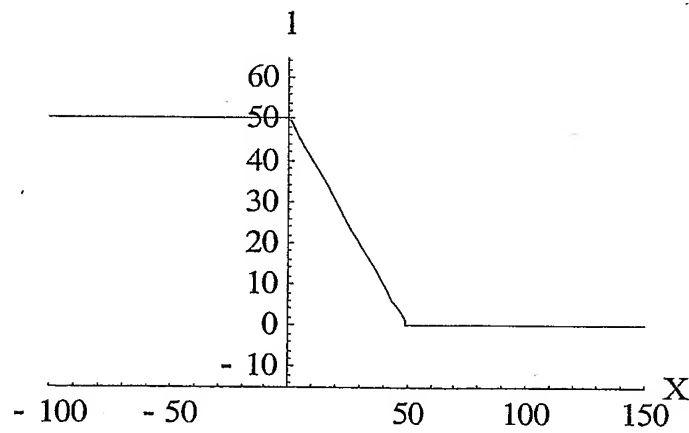


FIG. 4



MI 2003 A0 0 2 5 9 7

FIG. 5

